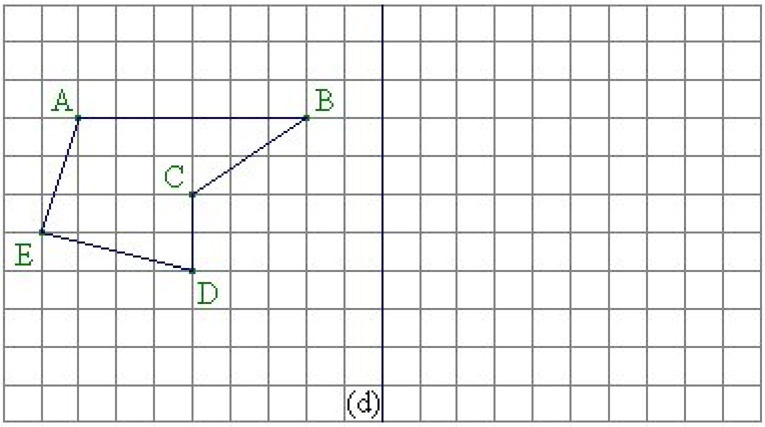
FONCTIONS

Activité 1 :

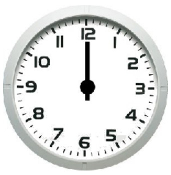


1°) Reproduisez la figure ABCDE ainsi que la droite (d).
Tracez l'image de la figure par la symétrie d'axe (d).
A' est **l'image** de A par la symétrie d'axe (d). B est **l'antécédent** de B' par la symétrie d'axe (d).

Pour gagner du temps, on appelle s la symétrie d'axe (d) et on peut alors écrire s(A) = A' qui se lit « s de A égale A' », comprenez « le symétrique de A est A' ».

2°) Recopiez et complétez :
s(B) = …… s(E) = …… s(……) = C' s(……) = D' s(……) = [A'B']

Activité 2 :



On appelle r la rotation d'un quart de tour de la grande aiguille d'une horloge.
Recopiez et complétez :
r(1) = …… r(……) = 8 r(6) = …… r(……) = 12 r(……) = 1
Traduisez les deux premières égalités en phrases comportant les mots « image » et « antécédent ». (Voir le vocabulaire de l'activité 1).

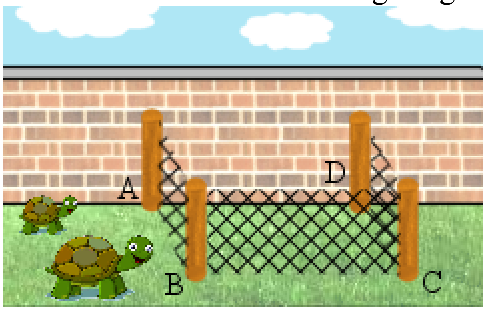
Activité 3 :
Voici un programme de calcul : « On prend un nombre quelconque, on le multiplie par deux et on soustrait trois au résultat trouvé ».
1°) Quelle est l'image du nombre 10 par ce programme ?
2°) Quel est l'antécédent de 33 par ce programme ?
3°) Recopiez et complétez ce tableau de valeurs :

Nombre choisi	–4	–1	1	2	3	5	8	30
Image de ce nombre								

On appelle f le programme de calcul précédent.
4°) Recopiez et complétez :
$f(4)$ = …… $f(7)$ = …… f(……) = 0 f(……) = 20 $f(x)$ = ……

Activité 4 :
On considère la fonction f telle que $f(x) = x^2 - x$.
1°) Ecrivez un programme de calcul correspondant à f. (Comme au début de l'activité 3 !)
2°) Quelle est l'image de 10 par f ?
3°) Trouvez un antécédent de 0 par f. Combien y en a-t-il ?
4°) Faites un tableau de valeurs de la fonction f. (Huit nombres et leurs images suffiront !)

Activité 5 :
Amélie veut aménager un enclos rectangulaire pour ses tortues. Elle dispose de 21 m de grillage qu'elle souhaite utiliser comme le montre l'illustration ci-dessous. Un côté de l'enclos est matérialisé par le mur d'enceinte de son terrain et les trois autres côtés seront faits en grillage.



Elle place un piquet A le long du mur puis elle hésite sur l'emplacement du piquet B. Elle se demande si l'aire de l'enclos varie en fonction de la longueur AB choisie.
1°) Si elle place le piquet B tel que AB = 2 m, quelle est alors l'aire de l'enclos ? Détaillez les calculs.
2°) Si elle place le piquet B tel que AB = 3 m, quelle est alors l'aire de l'enclos ? Détaillez les calculs.
3°) Est-ce que l'aire de l'enclos varie en fonction de la distance AB ?
On aimerait en savoir plus sur la façon dont cette aire varie : « y a-t-il une longueur AB qui donne une aire maximale ? » « Est-ce l'aire augmente ou diminue selon la longueur AB ? », etc…
Pour cela, on appelle x la longueur AB.
4°) a) Ecrivez, en fonction de x, la longueur de grillage restante pour matérialiser le côté [BC].
b) Ecrivez, en fonction de x, l'aire de l'enclos : on note cette formule $f(x)$ qui se lit « f de x ».
c) Vérifiez votre formule pour $x = 2$ puis pour $x = 3$ c'est-à-dire calculez $f(2)$ puis $f(3)$.

Activité 6 :
On continue l'étude de l'aire de l'enclos en fonction de la longueur AB grâce à la fonction f trouvée dans l'activité précédente.
1°) Recopiez et complétez :
• $f : x \mapsto$ … • $f(x) =$ … • $f(2) =$ … • $f(3) =$ …
2°) a) Calculez $f(6)$.
b) Quelle est l'image de 3 par f ?
c) Trouvez un antécédent de 45 par f.
d) Calculez l'image de 7 par f.

Activité 7 :
Afin de faciliter l'étude de l'aire de l'enclos en fonction de la longueur AB. Amélie réalise un tableau synthétique des résultats obtenus grâce à la fonction f. Elle obtient un tableau de valeurs.
1°) Recopiez et complétez ce tableau de valeurs.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$										

2°) Utilisez le tableau pour répondre.
a) $f(4) =$ … . Cela veut dire que pour une longueur AB de … m, l'aire de l'enclos est de … m².
b) $f(\ldots) = 55$. Cela veut dire que pour obtenir une aire de … m², on peut placer le piquet B à … m du A.
c) Comment varie l'aire de l'enclos en fonction de la longueur AB ? (On peut observer deux phases différentes, faites deux phrases !)
d) Quelle semble être l'aire la plus grande ? Est-ce fiable ?

Activité 8 :
Pour en finir avec cette recherche d'aire maximale, Amélie utilise le tableur pour représenter graphiquement la façon dont l'aire varie en fonction de la longueur AB.
1°) Quelle semble être l'aire la plus grande ?
2°) Si on veut un enclos de 50 m², quelle devrait-être la longueur de AB ?
3°) Lisez sur le graphique l'image de 1,2.

Exercice 1 :

1°) On sait que $f(3) = 8$ et $f(-4) = -6$.

Traduisez chacune des deux égalités ci-dessous par une phrase contenant le mot « image ».

2°) Traduisez chacune des phrases par une égalité.

• L'image de 4 par la fonction g est 8. • L'image de –3 par la fonction g est 10.

Exercice 2 :

1°) On sait que $f(7) = 12$ et $f(-3) = -6$.

Traduisez chacune des deux égalités ci-dessous par une phrase contenant le mot « antécédent ».

2°) Traduisez chacune des phrases par une égalité.

• Un antécédent de 9 par la fonction g est 6.

• –4 est un antécédent de –5 par la fonction g.

Exercice 3 :

Soit la fonction f telle que : $f(-3) = -4$ $\quad f(-1) = 6$ $\quad f(2) = 5$ $\quad f(4) = 7$.

Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1°) L'image de –4 par la fonction f est –3.

2°) L'image de –1 par la fonction f est 6.

3°) L'antécédent de 5 par la fonction f est 2.

4°) L'antécédent de 4 par la fonction f est 7.

Exercice 4 :

Traduisez ces phrases par une formule mathématique.

1°) L'image de 2 est 5 par la fonction f.

2°) –1 est l'image de 3 par g.

3°) Un antécédent de 9 est 5 par la fonction h.

4°) 2 a pour antécédent –4 par i.

Exercice 5 :

f est la fonction qui a un nombre associe la somme de 5 et du triple de ce nombre.

1°) Trouvez l'expression correcte de la fonction f.

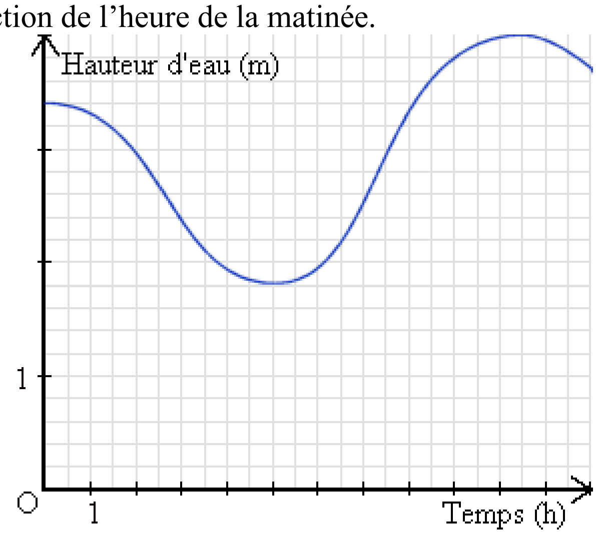
• $f : x \mapsto 5+3x$ • $f : x \mapsto 5+x^3$ • $f : x \mapsto 5+3\times 5$

2°) Calculez $f(4)$, $f(-2)$, $f(0)$ et $f\left(\frac{2}{3}\right)$.

3°) Déterminez un antécédent de 8. Trouvez le nombre dont l'image est 95.

Exercice 6 :

En vacances, Amélie participe à une croisière. Le graphique ci-dessous décrit les variations de la hauteur de la mer dans le port en fonction de l'heure de la matinée.



1°) A quelle heure le port est-il à marée basse ? à marée haute ?

2°) Le voilier ne peut sortir du port que si la hauteur d'eau dépasse 3,20 m. A quelles plages horaires cela se produit-il ?

3°) A quelle heure le port est-il exactement entre la pleine mer et la basse mer ?

Exercice 7 :

Soit la fonction $f : x \mapsto -4x$.

1°) Recopiez et complétez : $f(x) = \dots$ $f(-3) = \dots$ $f(5) = \dots$

2°) Quelle est l'image de –3 par f ?

3°) Trouvez un antécédent de –20 par f.

4°) Trouvez l'image de –4 par f.

5°) Calculez un antécédent de –28 par f.

Exercice 8 :

Soit la fonction $g : x \mapsto 2x+3$.

1°) Recopiez et complétez : $g(x) = \dots$ $g(-4) = \dots$ $g(3{,}5) = \dots$

2°) Quelle est l'image de –7 par g ?

3°) Trouvez un antécédent de –4 par g.

4°) Trouvez l'image de 5 par g.

5°) Calculez un antécédent de 9 par g.

Exercice 9 :

Soit la fonction $h : x \mapsto x^2+2$.

1°) Recopiez et complétez : $h(-3) = \dots$ $h(-2) = \dots$ $h(0) = \dots$ $h(2) = \dots$ $h(3) = \dots$

2°) Trouvez les deux antécédents de 6 par h.

3°) Calculez l'image de –6 par h.

4°) Calculez les deux antécédents de 18 par h.

Exercice 10 :

Voici un tableau de valeur d'une fonction f.

x	4	–3	12	2	5	8
$f(x)$	12	–6	5	4	7	17

1°) Recopiez et complétez.

$f(-3) = \dots$ $f(5) = \dots$ $f(\dots) = 4$ $f(\dots) =5$

2°) Quelle est l'image de 8 par f ?

3°) Trouvez un antécédent de 12 par f.

Exercice 11 :

Voici un tableau de valeur d'une fonction g.

x	–8	–3	–1	3	6	10
$g(x)$	–4	10	12	6	8	4

1°) Recopiez et complétez : $g(10) = \dots$ $g(-1) = \dots$ $g(\dots) = 10$ $g(\dots) =8$

2°) Quelle est l'image de –8 par g ?

3°) Trouvez un antécédent de 6 par g.

Exercice 12 :

Soit la fonction $f : x \mapsto -3x$.

Recopiez et complétez ce tableau de valeurs de la fonction f.

x	–5		–1	0	4	
$f(x)$		6				–18

Exercice 13 :

Soit la fonction $g : x \mapsto 2x-7$.

Recopiez et complétez ce tableau de valeurs de la fonction g.

x	–4	–3		3		
$g(x)$			–9		1	0

Exercice 14 :

Soit la fonction $h : x \mapsto x^2+3$.

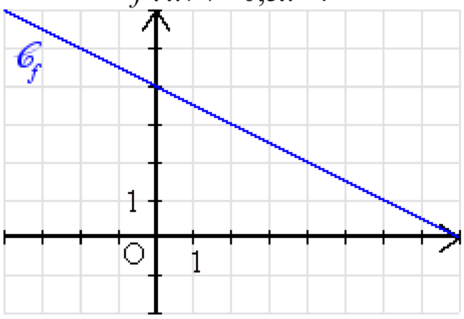
Recopiez et complétez ce tableau de valeurs de la fonction h.

x	–3	–1		–5	5	10
$h(x)$			3			

Exercice 15 :

On a fait afficher, à l'aide d'un tableur, une partie de la courbe représentative de la fonction :

$f : x \mapsto -0{,}5x+4$



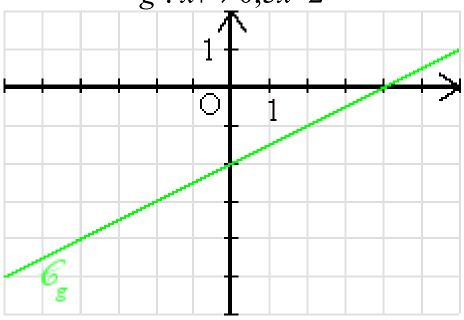
1°) D'après le graphique et complétez : $f(-4) = \ldots$ $f(6) = \ldots$ $f(\ldots) = 3$ $f(\ldots) = 5$.

2°) Lisez sur le graphique l'image de 4 puis un antécédent de 4 par f.

Exercice 16 :

On a fait afficher, à l'aide d'un tableur, une partie de la courbe représentative de la fonction :

$g : x \mapsto 0{,}5x-2$

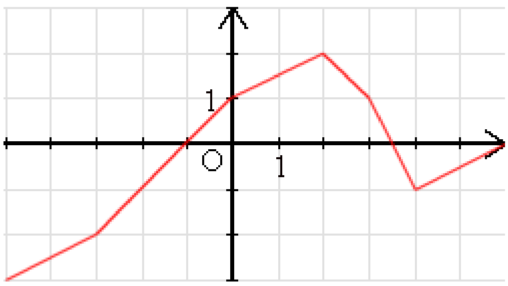


1°) D'après le graphique, complétez : $g(6) = \ldots$ $g(-4) = \ldots$ $g(\ldots) = -3$ $g(\ldots) = -5$.

2°) Lisez sur le graphique l'image de 2 puis un antécédent de 0 par g.

Exercice 17 :

f est la fonction définie par ce graphique.



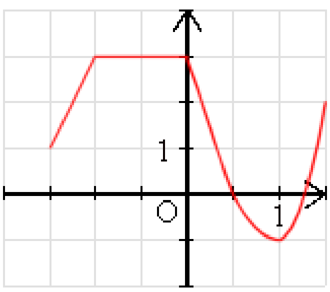
1°) Lisez l'image de 0, puis de 2 et enfin de –3.

2°) Lisez les antécédents de 1, puis de –1.

3°) Citez un nombre qui n'a pas d'antécédent.

4°) Citez un nombre a trois antécédents.

Exercice 18 :



f est la fonction définie par ce graphique.

1°) Sur quel axe lit-on les images ?

2°) Sur quel axe lit-on les images ?

3°) Lisez : $f(0{,}5)$, $f(-1{,}5)$ et $f(0)$

4°) Citez un nombre qui :

a) n'a aucun antécédent

b) a un seul antécédent

c) a deux antécédents

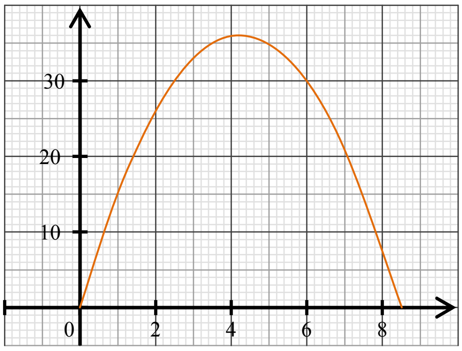
d) a trois antécédents

5°) Elise affirme : « Il y a un nombre qui a plus de trois antécédents ». A-t-elle raison ? Expliquez.

Exercice 19 :

On a fait afficher, à l'aide d'un tableur, une partie de la courbe représentative de la fonction :

$$h : x \mapsto x(17-2x)$$



1°) Lisez sur le graphique et complétez.

$h(1) = \ldots$ $h(2) = \ldots$ $h(6) = \ldots$

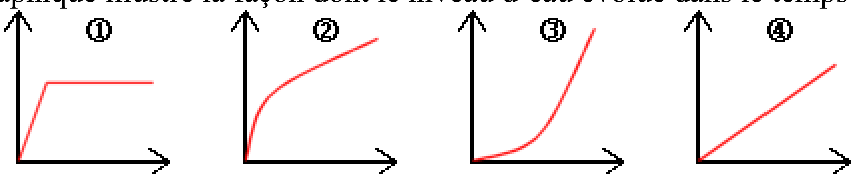
2°) Lisez sur le graphique l'image de 2 puis le(s) antécédent(s) de 21.

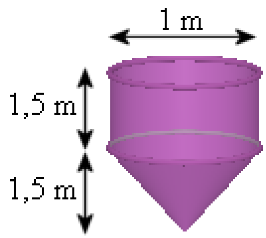
3°) Lisez sur le graphique quelle semble être la valeur maximum de $h(x)$.

Exercice 20 :

On remplit d'eau le réservoir représenté ci-contre de 1 L/s. Il est vide au départ.

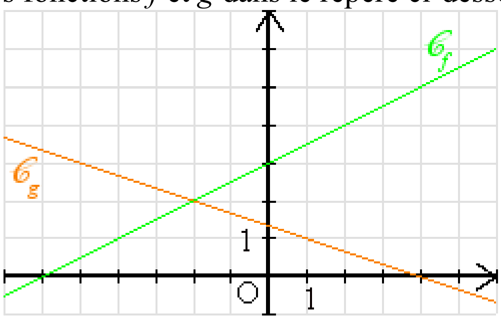
Quel graphique illustre la façon dont le niveau d'eau évolue dans le temps ?





Exercice 21 :

On a représenté graphiquement les fonctions f et g dans le repère ci-dessous.



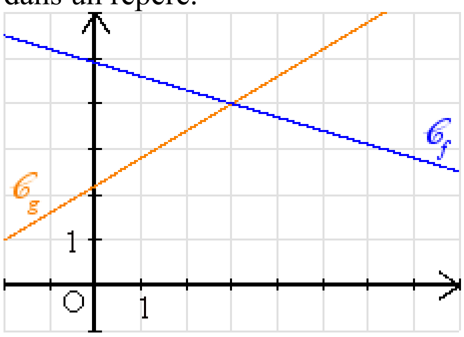
1°) Lisez les valeurs de $f(2)$, $f(-4)$ et $f(0)$.

2°) Quelle est l'image, par la fonction g, de –5 ? de 1 ? de 4 ?

3°) Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = g(x)$?

Exercice 22 :

On a représenté les fonctions f et g dans un repère.



1°) Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = g(x)$?

2°) On donne $f : x \mapsto 0{,}6x+2{,}2$ et $g : x \mapsto -0{,}3x+4{,}9$ retrouvez par le calcul les résultats de la question 1°.

Exercice 23 :
On a représenté les fonctions f et g dans un repère.

1°) Lisez sur le graphique la valeur de $f(3)$ puis celle de $g(3)$.
2°) Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $f(x) = g(x)$?

Exercice 24 :
Soit la fonction $f : x \mapsto x^2-3$. Recopiez et complétez le tableau de valeurs suivant.

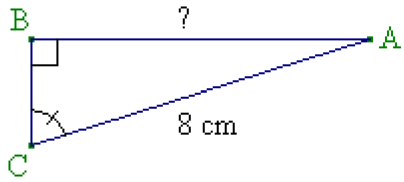
x	-3	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	3
$f(x)$							

Placez les points dans un repère et représentez la fonction f.

Exercice 25 :
Dans chaque cas, trouvez l'expression algébrique de la fonction qui…
1°) …augmente les nombres de sept.
2°) …multiplie les nombres par trois.
3°) …calcule le carré des nombres.
4°) …donne le périmètre d'un carré connaissant la longueur de son côté.
5°) …calcule le prix total à payer selon le nombre de trajets effectués.
6°) …donne l'aire d'un cercle connaissant son rayon.
7°) …donne le périmètre d'un cercle connaissant son rayon.
8°) …calcule la longueur du côté [AB] selon la mesure de l'angle $\widehat{C}$.

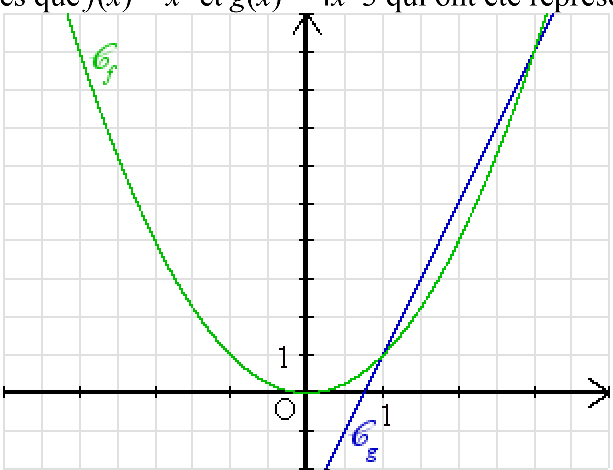
SNCF Profitez de trajets à 18 € grâce à la carte d'abonnement*.

*la carte coûte 50 € pour l'année.



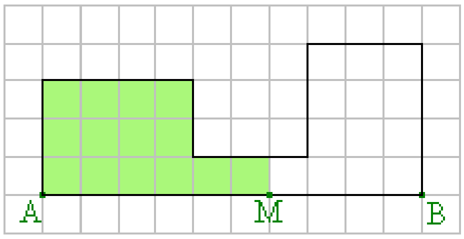
Exercice 26 :
On considère la fonction f de deux variables x et y telle que $f(x\ ;\ y) = 3x-2y$.
Calculez $f(5\ ;\ 1)$, $f(4\ ;\ -2)$ et $f(0\ ;\ 10)$.

Exercice 27 :
1°) Résolvez si possible l'équation $x^2 = 4x-3$.
Soient les fonctions f et g telles que $f(x) = x^2$ et $g(x) = 4x-3$ qui ont été représentées avec un tableur.



2°) Lisez sur le graphique les solutions de l'équation $x^2 = 4x-3$.
3°) Vérifiez par le calcul que les solutions trouvées fonctionnent.

Exercice 28 :
Sur la figure ci-dessous, AB = 10 et M est un point mobile qui décrit le segment [AB]. On note x la distance AM et $f(x)$ l'aire de la partie colorée.



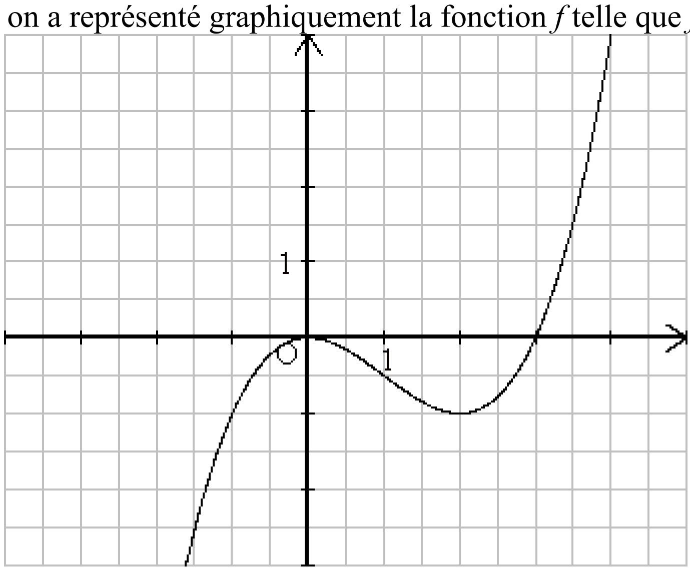
Donnez l'expression algébrique de f lorsque :
• 0Â*x*Â4 • 4Â*x*Â7 • 7Â*x*Â10

Exercice 29 :
La distance de freinage nécessaire à l'arrêt complet d'un véhicule dépend de nombreux facteurs mais en particulier de sa vitesse. On peut exprimer la distance d'arrêt (en m) en fonction de la vitesse (en km/h) :

$$f(x) = \frac{x(3x+100)}{400}$$

Après avoir fait un tableau de valeurs, tracez la représentation graphique de cette fonction.
Quelle(s) remarque(s) pouvez-vous faire ?

Exercice 30 :
Dans le repère ci-dessous, on a représenté graphiquement la fonction f telle que $f(x) = (x^3 - 3x^2) \div 4$.



1°) Par lecture graphique, trouvez les images de 2,5 et de 5 par la fonction f..
2°) Par lecture graphique, trouvez le(s) antécédent(s) de −1 par la fonction f..
3°) Quelles sont les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses ?
4°) Recopiez et complétez le tableau de valeurs suivant en utilisant l'expression algébrique de la fonction.

x	–4	–1	0	1	3	4	5
$f(x)$							

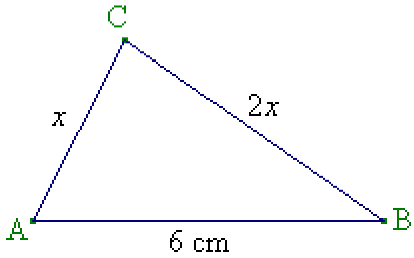
5°) Le point de coordonnées (3,5 ; 1,5) fait-il partie de la courbe ? Justifiez.
6°) Donnez un exemple de nombre ayant trois antécédents par la fonction f.

Exercice 31 :
On appelle f la fonction qui à un nombre entier associe la somme de ses chiffres.
1°) Calculez $f(12)$ et $f(82)$.
2°) Trouvez un antécédent de 15 par f. Même question avec 32.
3°) « Plus x est grand, plus $f(x)$ est grand. » Vrai ou faux ? Justifiez.
4°) « Pour n'importe quel nombre entier x, $f(f(x))$ est toujours inférieur à 20. » Vrai ou faux ? Justifiez.

Exercice 32 :

On considère les deux fonctions f et g telles que $f(x) = 5x$ et $g(x) = x–3$.
On part du nombre 6. On applique autant de fois que l'on veut et dans l'ordre que l'on veut les fonctions f et g au résultat obtenu.
Par exemple : $f(6) = 30$ puis $g(30) = 27$ et enfin $g(27) = 24$. On peut atteindre le nombre 24 grâce aux deux fonctions f et g.
Peut-on atteindre ainsi tous les nombres entiers ? Détaillez votre réponse.

Exercice 33 :



1°) On appelle P la fonction qui permet de calculer le périmètre du triangle ABC en fonction de x. Trouvez l'expression algébrique de la fonction P.
2°) Calculez $P(3)$.
3°) Trouvez un antécédent de 20 par la fonction P.
4°) Recopiez et complétez le tableau de valeurs de la fonction P.

x	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$P(x)$									

5°) Construisez la courbe représentative de la fonction P.

Exercice 34 :

1°) Tracez un rectangle ABCD tel que AB = 8 cm et BC = 5 cm.
On place un point I sur le segment [AB] à 1,5 cm de A, J sur le segment [BC] à 1,5 cm de B, K sur le segment [CD] à 1,5 cm de C et L sur le segment [DA] à 1,5 cm de D.
2°) Tracez le quadrilatère IJKL. Quel est sa nature ?
On voudrait savoir où placer le point I au départ pour que l'aire du parallélogramme soit la plus petite possible.
3°) Si on appelle x la longueur AI, après quelques calculs, on trouve que la formule qui donne l'aire de IJKL est $f(x) = 2x^2 – 13x + 40$. Utilisez cette formule pour remplir le tableau de valeurs ci-dessous :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$											

4°) Trouvez la solution du problème.

Exercice 35 :

Une machine lance une balle de tennis vers un joueur.
On note t le temps (en dixièmes de seconde) qui s'est écoulé depuis que la balle a été lancée.
On observe que la hauteur h (en centimètres) de la balle est une fonction qui dépend de t telle que : $h(t) = –5t^2 + 23,5t + 100$.
Etudiez la fonction h (tableau de valeurs, graphique et interprétations) pour pouvoir répondre aux questions suivantes :

- Quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle ? Au bout de combien de temps ?
- Au bout de combien de temps, la balle touche-t-elle le sol si le joueur ne la frappe pas ?
- Combien de temps s'écoule entre le lancer et la réception par le joueur à 80 cm du sol ?

Exercice 36 :

Un laboratoire fabrique et commercialise un produit dont la production peut aller de 5 à 30 kg par jour. Le coût total de production, en euros, pour x kg de produit est donné par la fonction C telle que :

$$C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 11x^2 + 100x + 72$$

1°) Etudiez la fonction C (tableau de valeurs, graphique : 1 cm pour 1 kg et 1 cm pour 50 € et interprétations) pour pouvoir répondre à la question essentielle : pour quelle quantité journalière produite le coût est-il minimal ?

2°) Le laboratoire vend ce produit 60 € le kg. Trouvez la fonction qui permet de calculer le bénéfice du laboratoire en fonction de la quantité x de produit vendu.

Quelle quantité doit-il fabriquer pour avoir un bénéfice maximal ?

Exercice 37 :

Un industriel souhaite fabriquer des boîtes de conserve d'un volume de 850 cm^3 (850 ml). Le couvercle et le fond sont découpés dans une bande de métal ainsi que la paroi latérale. Afin d'utiliser le moins de matière première (le métal) nous cherchons quelles sont les dimensions à donner à la boîte de conserve. Notons h la hauteur de la boîte et r son rayon.

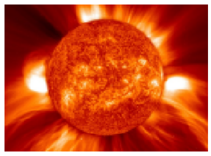
1°) Calculez le volume V de la boîte en fonction de r et de h.

2°) Sachant que le volume est de 850 cm^3, exprimez h en fonction de r.

3°) Calculez l'aire totale de métal fonction de r. On appelle f la fonction qui permet de calculer cette aire.

4°) Etudiez la fonction f pour déterminer la taille idéale de cette boîte de conserve.

Exercice 38 :



Après avoir observé une étoile lointaine, des astrophysiciens ont établi une formule qui donne le pourcentage de sa luminosité par rapport à sa luminosité maximale en fonction du temps écoulé.

Cette formule est donnée par la fonction $f : x \mapsto \dfrac{100 + 900 \times (\sin x)^{10}}{1 + 10 \times (\sin x)^{10}}$ où x est exprimé en heures.

Utilisez la calculatrice pour obtenir un tableau de valeurs de 0 à 6 heures avec une valeur toutes les 15 minutes. (Attention, comme tout bon scientifique, votre calculatrice doit être réglée en radians en non en degrés !)

Représentez graphiquement la fonction f dans un repère. (4 cm pour 1 heure et 1 cm pour 10 % de luminosité)

Que remarque-t-on à propos de la luminosité de cette étoile ? Quelle explication peut-on y apporter ?

Exercice 39 :

On appelle f la fonction qui permet de déterminer le temps (en s) qui s'écoule entre l'instant où on lâche une pierre dans un puits et celui où l'on entend le « plouf » en fonction de sa profondeur x (en m).

On sait que $f(x) = \sqrt{\dfrac{x}{4,9}} + \dfrac{x}{330}$.

1°) Représentez graphiquement la fonction f dans un repère. (1 cm pour 1 m et 1 cm pour 0,1 s)

Amélie a fait l'expérience de laisser tomber une pierre dans son puits : elle a chronométré 1,48 s avant d'entendre le « plouf ». Quelle est approximativement la profondeur de son puits au dm près ?

2°) Neil Armstrong le 21 Juillet 1969 a réalisé la même expérience avec un puits de 28 m de profondeur.

Sachant que la formule sur la Lune est $g(x) = \sqrt{\dfrac{x}{0,8}} + \dfrac{x}{330}$, combien de temps Neil a-t-il attendu le « plouf » ?