

## CALCUL LITTÉRAL ET EQUATIONS

**Exercice 1 :** Réduisez, si possible, les sommes suivantes.

$$A = 6x + 3x$$

$$B = 8 + 2x$$

$$C = 4x + 5x$$

$$D = 5x + 3$$

$$E = 4x^2 + 2x^2$$

$$F = 5x + 4x^2$$

$$G = 9x^2 + 4x^2$$

$$H = 7x^2 + 3x^2$$

$$I = 9x^2 + x^2$$

**Exercice 2 :** Réduisez, si possible, les produits suivants.

$$A = 7 \times 3x$$

$$B = 5x \times 2x$$

$$C = 6 \times 3x^2$$

$$D = 4x \times 3$$

$$E = 2x^2 \times 4$$

$$F = 6x \times 2x$$

$$G = -3x \times 5x$$

$$H = -7 \times 2x$$

$$I = 3x \times (-4x)$$

$$J = (2x)^2$$

$$K = (-3x)^2$$

$$L = (2 \times 3x)^2$$

**Exercice 3 :** Réduisez, si possible, les sommes suivantes.

$$J = 5 - 9x$$

$$K = 5x - 7x$$

$$L = -3x - 6x$$

$$M = -8x + 2x$$

$$N = -8x^2 - 6x^2$$

$$P = 4 + 3x^2$$

$$R = 7x + 3 + 2x - 9$$

$$S = 10 - 2x - 3x - 5x$$

$$T = -5x - 2 + 8x - 3$$

**Exercice 4 :** Réduisez, si possible, les produits suivants.

$$J = -2x \times (-8x)$$

$$K = 2 \times (-5x^2)$$

$$L = -6x^2 \times 2$$

$$M = -4 \times (-3x^2)$$

$$N = 4x^2 \times (-5)$$

$$P = -2x \times 8x$$

**Exercice 5 :** Développez et réduisez les expressions suivantes.

$$A = 6 \times (5x + 2)$$

$$B = -7 \times (10 - 3x)$$

$$C = 4x \times (9 + 8x)$$

$$D = (-x + 5) \times (-3x)$$

**Exercice 6 :** Développez et réduisez chaque expression.

$$G = 8(5x - 3)$$

$$H = 7(2x + 5)$$

$$I = (9 - 6x) \times (-3)$$

$$J = -2 \times (3x - 4)$$

$$K = (-3x + 7) \times (-5)$$

$$L = (2 \times x) \times 5x$$

**Exercice 7 :**

1°) On a demandé à un élève de factoriser les expressions suivantes. Lesquelles sont fausses ?

$$9x - 15 = 3(3x - 5)$$

$$20x + 36 = -4(-5x - 9)$$

$$-2b - 8c = -2(b - 4c)$$

$$6x^2 + 8x = 2x(3x + 4)$$

$$15x^2 - 24x = 3x(5x - 8)$$

$$30d^2 + 18d = d(30d + 18)$$

Méthode de factorisation

Pour pouvoir factoriser une expression à l'aide de la distributivité, il faut que l'expression contienne des termes ayant tous le même **facteur en commun** :  $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$ . Ici, le **facteur commun** des deux termes est  $k$ .

Dans l'expression  $14x - 6$ , le nombre 2 est un facteur commun aux deux termes car  $14x - 6$  peut s'écrire  $2 \times 7x - 2 \times 3$ . Donc  $14x - 6$  se factorise en  $2 \times (7x - 3)$ .

Pour  $5x^2 - 3x$ , le nombre  $x$  est un facteur commun aux deux termes car  $5x^2 - 3x = x \times 5x - x \times 3$ .

La forme factorisée de  $5x^2 - 3x$  est  $x \times (5x - 3)$ .

2°) Factorisez les expressions suivantes :

$$10 + 5x =$$

$$7x^2 + 8x =$$

$$9 + 3x =$$

$$36x^2 + 24x =$$

$$7x - 21 =$$

$$x^2 + 10x =$$

$$15x + 5y =$$

$$6x^2 - 2x =$$

$$14x^2 + 14x =$$

### Exercice 8 :

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 3.
- Ajouter 10.
- Ajouter le double du nombre choisi.

Voici un programme de calcul.

1°) On appelle  $n$  le nombre de départ.

Exprimez, en fonction de  $n$ , le nombre  $R(n)$  obtenu avec ce programme.

2°) Réduisez cette expression.

3°) Factorisez cette expression.

4°) Calculez  $R(3)$  et  $R(-2)$ .

### Exercice 9 :

Cédric joue à un jeu qui se déroule en 15 manches. S'il gagne une manche, il gagne 5 points de vie. S'il perd une manche, il perd 3 points de vie. A la fin de la partie, Cédric a gagné 19 points de vie. Combien a-t-il gagné de manches ? Combien en a-t-il perdues ?



### Exercice 10 : Vu au Brevet

On donne un programme de calcul :

- Choisissez un nombre entier ;
- Ajoutez-lui 4 ;
- Multipliez le résultat par le nombre choisi initialement ;
- Ajoutez 4 ;
- Ecrivez le résultat.

1°) Écrivez les calculs permettant de vérifier qu'avec le nombre  $-2$ , on obtient 0.

2°) Quel est le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5 ?

3°) Faites deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier.

4°) Les résultats obtenus sont-ils des carrés de nombres entiers ?

5°) Démontrez qu'il en est toujours ainsi quel que soit le nombre entier de départ.

6°) Quels nombres choisir pour obtenir 1 ?

### Exercice 11 :

Elise a utilisé le tableur pour calculer des expressions A et B pour différentes valeurs de  $a$ .

	A	B	C	D	E	F	G
1	$a$	-2	-1	0	1	2	3
2	$A = 5a + 7$	-3	2	7	12	17	22
3	$B = 2a^2 - 4$	4	-2	-4	-2	4	14

Avant de la recopier vers la droite, quelle formule Elise a-t-elle saisie dans la cellule B2 ? et dans B3 ?

### Exercice 12 :

Dans un club de sport, l'abonnement est de 20 € et chaque séance d'aquagym coûte 5 €.

On appelle  $D$  la fonction qui permet de calculer la dépense totale suivant le nombre de séances effectuées.

On appelle  $x$  le nombre de séances effectuées.

Trouvez  $D(x)$  puis calculez  $D(8)$  et  $D(12)$ .



### Exercice 13 :

Dans un parc zoologique, la visite coûte 26 € pour les adultes et 15 € pour les enfants.

A la fin de la journée, 1280 personnes ont visité le zoo et la recette du jour s'élève à

29 001 €. Combien d'adultes ont visité le zoo ce jour-là ?

### Exercice 14 : Factorisez les expressions suivantes.

$$A = 48 + 8x$$

$$B = 63x - 35$$

$$C = 15x + 20$$

$$D = -2 - 4x$$

$$E = 6x^2 - 5x$$

$$F = 49x^2 + 14x$$

$$G = 9x^2 - 6x$$

$$H = 8x^2 + 6x + 2$$

### Exercice 15 : Développez et réduisez.

$$1^\circ) A = (x+5)(x+3)$$

$$B = (3x+2)(x+4)$$

$$C = (x+3)(x-2)$$

$$D = (x-4)(x-1)$$

$$2^\circ) A = (2x+4)(x+5)$$

$$B = (x-3)(-2x+8)$$

$$C = (2x-1)(3x+5)$$

$$D = (6-4x)(7-x)$$

$$3^\circ) A = (6x+1)(6x+1)$$

$$B = (-x+7)(x+7)$$

$$C = (2x+2,5)(x+8)$$

$$D = 5x(10-2x)$$

**Exercice 16 :** Recopiez et complétez avec l'expression qui convient.

$$-3x + \dots = 10x$$

$$5x \times \dots = -15x$$

$$\dots - 5x = -12x$$

$$-7x \times \dots = -21x^2$$

$$6 \times \dots = -30x^2$$

$$\dots - 8x = 12x$$

**Exercice 17 :** Simplifiez les expressions suivantes.

$$A = (8x+5) - (6x+2)$$

$$B = (7x-3) - (3x-2)$$

$$C = (9x+6) + (-4x+7)$$

$$D = -4x - (3x^2 - 2x + 8)$$

$$E = 8x - (3x+5) \times 2$$

**Exercice 18 :** Résolvez les équations suivantes.

$$4x-2 = 3x+9$$

$$3x+7 = -2x+12$$

$$-2x+5 = -4x-6$$

$$3x-7 = -4x+12$$

**Exercice 19 :** Résolvez les équations suivantes.

$$3x-11 = x+15$$

$$5x+6 = -3x+6$$

$$-8x-5 = -8x+7$$

$$2 \times (4x-1) = 6x$$

**Exercice 20 :**

Dans un collège, il y a de 180 élèves de 3<sup>ème</sup>. Ces élèves font soit de l'allemand, soit de l'italien, soit de l'espagnol en langue vivante 2. En italien, il y a 20 élèves de plus qu'en allemand. En espagnol, il y a 2 fois plus d'élèves qu'en italien. Combien d'élèves font de l'allemand en LV2 ?

**Exercice 21 :**

Amélie et Elise comparent leurs collections de flacons de parfum et constatent qu'elles en ont le même nombre. Amélie donne 15 flacons à Elise. Elise constate qu'elle a deux fois plus de flacons qu'Amélie.

Combien de flacons de parfum avaient-elles chacune au départ ?



**Exercice 22 :**

La somme de 3 nombres entiers consécutifs vaut 852. Quels sont ces nombres ?

**Exercice 23 :**

Sophie est née 10 ans après Paul. Dans 20 ans, ils auront à eux deux 100 ans. Quel est l'âge de Sophie ? de Paul ?

**Exercice 24 :**



17 amis vont au cinéma, certains payent 5 € et d'autres 7 €. Au total, ils ont donné 95 €. Combien de personnes ont payé 5 € ? 7 € ?

**Exercice 25 :**

Dans un café, un soda coûte 0,50 € de plus qu'un jus de fruit. Un groupe de personnes commande 5 jus de fruits et 4 sodas, ils payent en tout 20 €. Combien coûte un jus de fruit ? un soda ?



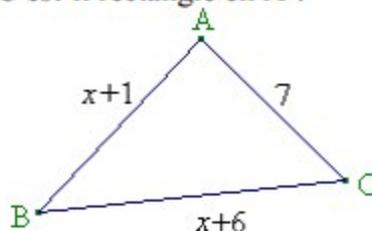
**Exercice 26 :**

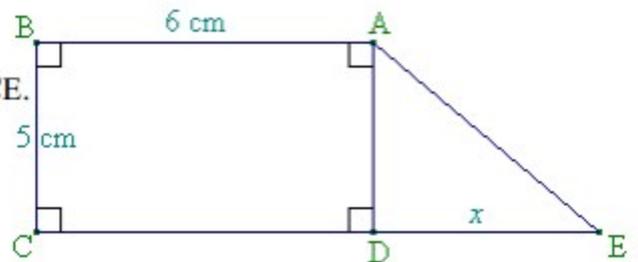


Jules achète  $x$  fleurs à 2,5 € l'une. Jim achète 12 fleurs de plus que Jules mais ses fleurs coûtent 0,5 € l'une. Jules et Jim payent la même somme. Combien de fleurs a acheté Jules ? Et Jim ?

**Exercice 27 :**

Pour quelle valeur de  $x$  le triangle ABC est-il rectangle en A ?



**Exercice 28 :**1°) Exprimez en fonction de  $x$  l'aire  $A(x)$  du trapèze ABCE.2°) Résolvez l'équation  $A(x) = 42$ .**Exercice 29 :** Factorisez, si possible.

$A = 16x^2 + 24x + 9$

$B = x^2 + 8x + 16$

$C = 4 + 20x + 25x^2$

$D = 25x^2 + 10x + 4$

**Exercice 30 :** Factorisez, si possible.

$E = 36 + 24x + 4x^2$

$F = 9x^2 + 6x + 4$

$G = 1 + 10x + 25x^2$

$H = 4x^2 + 81 + 36x$

**Exercice 31 :** Factorisez, si possible.

$A = 81x^2 - 36x + 4$

$B = 9 - 6x + x^2$

$C = 64x^2 - 8x + 4$

$D = 36x^2 - 12x + 1$

**Exercice 32 :** Factorisez, si possible.

$E = 16x^2 + 24x - 9$

$F = 9x^2 - 12x + 4$

$G = 49 - 56x + 16x^2$

$H = x^2 - 8x + 16$

**Exercice 33 :** Factorisez, si possible.

$A = 16x^2 - 9$

$B = 64 - 9x^2$

$C = 36 - x^2$

$D = 64x^2 + 25$

**Exercice 34 :** Factorisez, si possible.

$E = 49x^2 - 16$

$F = 4 - 100x^2$

$G = 36x^2 + 1$

$H = 100x^2 - 9$

**Exercice 35 :** Les égalités suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

$8x^2 + 40x + 25 = (4x + 5)^2$

$9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$

$4 + 10x + 25x^2 = (2 + 5x)^2$

$16 + 64x - 64x^2 = (4 - 8x)^2$

**Exercice 36 :** Donnez la forme développée et réduite de chaque expression.

$A = (6 + x)^2$

$B = (7 - x)^2$

$C = (x + 3)^2$

$D = (x - 9)^2$

**Exercice 37 :** Donnez la forme développée et réduite de chaque expression.

$A = (5 + 3x)^2$

$B = (4 - 2x)^2$

$C = (3x + 4)^2$

$D = (2x - 3)^2$

**Exercice 38 :** Donnez la forme développée et réduite de chaque expression.

$A = (5x - 2)^2$

$B = (6x + 3)^2$

$C = (8 - 5x)^2$

$D = (1 + 10x)^2$

**Exercice 39 :** Donnez la forme développée et réduite de chaque expression.

$A = (2x + 5)(2x - 5)$

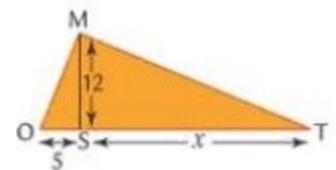
$B = (7 - x)(7 + x)$

$C = (5x + 3)(5x - 3)$

$D = (8 - x)(8 + x)$

**Exercice 40 :**

O, S et T sont alignés, OSM et TSM sont rectangles en S.

Trouvez  $x$  pour que MOT soit rectangle en M.**Exercice 41 :**

1°) Dans le carré ci-contre, on donne les résultats des multiplications des nombres de chaque ligne et de chaque colonne.

Les nombres figurants dans les cases ont été effacés, il est difficile de les retrouver tous, sauf un seul. Lequel ? Pourquoi ?

			▶ -40
			▶ 0
			▶ -63
▼	▼	▼	
0	-40	54	

$x-4$	$-9$	$15,2$
$14$	$6y$	$\frac{1}{7}$
$\frac{22}{3}$	$1$	$z^2-4$

- 0 2°) On utilise le même principe que dans la question 1° mais juste avec les lignes.
- 0 Trouvez les valeurs possibles de  $x, y$  et  $z$ . Expliquez la démarche.
- 0 3°) Zoé pense que l'équation  $(x^2-9) \times (4x-2) = 0$  admet trois solutions. Est-ce possible ?

Elle affirme aussi les avoir trouvées, et vous ?

**Exercice 42 :** Résolvez les équations suivantes.

$$(3x-9)(2x-8) = 0$$

$$(4x-12)(5-2x) = 0$$

$$(5-2x)(5+3x) = 0$$

**Exercice 43 :** Résolvez les équations suivantes.

$$x(2x+7) = 0$$

$$(3x-12)^2 = 0$$

$$4x(x-2) = 0$$

**Exercice 44 :** Résolvez les équations suivantes.

$$x^2-4x = 0$$

$$3x^2-9x = 0$$

$$4x^2 = 5x$$

**Exercice 45 :** Résolvez les équations suivantes.

$$25x^2+10x+1 = 0$$

$$25-9x^2 = 0$$

$$x^2 = x$$

**Exercice 46 :** Résolvez les équations suivantes.

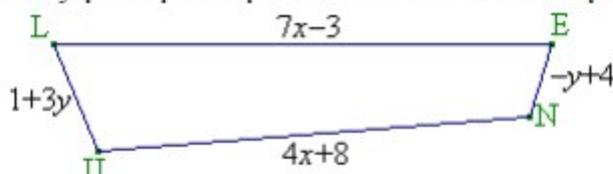
$$(4x-1)(3x+2) = 0$$

$$9x^2 = 6x-1$$

$$36x^2 = 25$$

**Exercice 47 :**

Trouvez la valeur de  $x$  et celle de  $y$  pour que le quadrilatère LUNE soit un parallélogramme.



**Exercice 48 :**

1°) Trouvez une formule, de variable  $x$ , qui donne tous les nombres pairs quand on remplace  $x$  par un nombre entier quelconque.

2°) Trouvez, de même, une formule pour les nombres impairs.

3°) Quelle formule donne tous les carrés des nombres pairs ? tous les carrés des nombres impairs ?

4°) Quand on divise le carré d'un nombre entier par 4 quels sont les restes possibles ?

5°) Trouvez un nombre entier  $n$  tel que  $n^2+2018$  soit le carré de nombre entier.

**Exercice 49 :**

L'an dernier, dans un collège, il y avait 20 % de filles de plus que de garçons.

Cette année, la population de garçons a diminué de 18 % tandis que celle des filles a augmenté de 15 %.

Il y a actuellement 770 élèves dans ce collège. Combien y a-t-il de filles ?

**Exercice 50 :**

Si une fraction n'est pas décimale alors son développement décimal est périodique à partir d'un certain rang. Exemple :  $\frac{15}{26} \approx 0,5769230769230769230...$

Réciproquement, si un nombre a un développement décimal infini et périodique à partir d'un certain rang alors il peut s'écrire sous forme de fraction. Exemple :  $0,8333333... c'est la fraction \frac{5}{6}$ .

Trouvez une méthode qui permet d'obtenir l'écriture fractionnaire des nombres suivants :

$$0,212121...$$

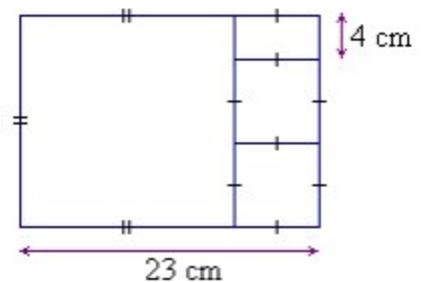
$$0,518518518...$$

$$2,63333333...$$

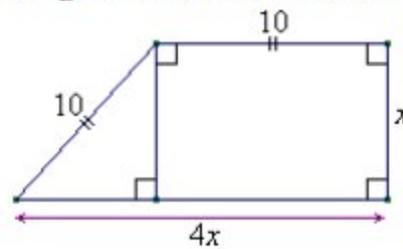
$$0,7783783...$$

**Exercice 51 :**

La figure ci-contre est composée de trois carrés et d'un rectangle.  
Combien mesure un côté des petits carrés ?

**Exercice 52 :**

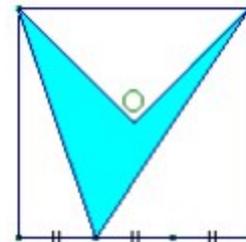
La figure ci-dessous est un trapèze rectangle. Calculez la valeur de  $x$ .

**Exercice 53 :**

Voici un carré de centre O.

L'aire de la partie colorée est de  $30,25 \text{ dm}^2$ .

Quelle est la taille du carré ?

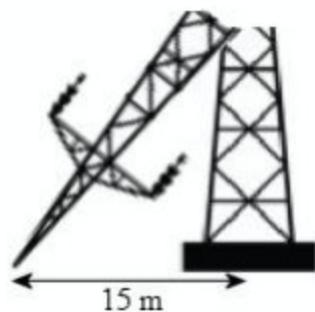
**Exercice 54 :**

Quel nombre faut-il ajouter au numérateur et au dénominateur de la fraction  $\frac{7}{5}$  pour obtenir le tiers de cette fraction ?

**Exercice 55 :**

Le quintuple du carré d'un nombre est égal au triple de son cube. Quel est ce nombre ?

Trouvez toutes les solutions.

**Exercice 56 :**

Un pylône de 50 m de haut s'est plié et la cime est retombée à 15 m de la base du pylône.

Pour couper le métal, on dispose d'un camion dont la nacelle peut monter à 20 m de haut. Pour maintenir la partie pliée en position pendant le découpage, les ouvriers ont une grue dont le bras atteint 25 m de haut au maximum.

Déterminez, par le calcul, si le matériel (camion et grue) est suffisant pour ce dépannage.

**Exercice 57 :**

1°) Développez et réduisez  $(x-2)(x-4)$ .

2°) a) ABCD est un carré de côté 6 cm. E est le point de [AB] tel que  $EB = x$  cm et F est le point de [AD] tel que  $AF = 2x$  cm. Donnez un encadrement de  $x$ .

b) Calculez en fonction de  $x$  l'aire de AEF puis celle de EBCDF.

c) Pour quelle valeur de  $x$  l'aire de EBCDF est-elle de  $28 \text{ cm}^2$  ?

**Exercice 58 :**

Au cours d'une course un peu spéciale entre un dragster et une formule 1, celle-ci dispose d'une avance de 420 m à un moment de la course où les deux véhicules sont à pleine vitesse (donc constante) juste avant une grande ligne droite.

La formule 1 a une vitesse maximale de 306 km/h et le dragster 441 km/h.

Au bout de combien de temps le dragster arrivera-t-il au niveau de la formule 1 ?

**Exercice 59 :**

Sans poser d'opération et sans utiliser la calculatrice, calculez  $f\left(\frac{1004}{7}\right)$  où  $f(x) = 49x^2 - 56x + 16$ .