

CALCUL LITTÉRAL

Activité 1 :

On s'intéresse aux expressions suivantes :

$$A = 5x + 4x$$

$$B = 8x + 2$$

$$C = 4x - x$$

$$D = 3x^2 + x^2$$

1°) Amélie dit que l'expression A peut se réduire (se simplifier) en $9x$. Testez si sa réponse est correcte pour $x = 2$ et $x = 3$.

2°) Démontrez qu'Amélie a raison.

3°) Benoît dit que l'expression B se réduit en $10x$. Qu'en pensez-vous ? Expliquez.

4°) Camille pense que l'expression C se réduit en $3x$. Qu'en pensez-vous ? Expliquez.

5°) Réduisez, en expliquant la démarche, l'expression D.

Activité 2 :

1°) Que peut-on dire des produits suivants ?

$$17 \times 2 \times 3$$

$$17 \times 3 \times 2$$

$$2 \times 17 \times 3$$

$$2 \times 3 \times 17$$

2°) Recopiez et complétez la règle : « Dans un produit, l'ordre des n'a pas d'importance. »

On s'intéresse aux expressions suivantes :

$$A = 3x \times 2$$

$$B = -5 \times 8x$$

$$C = 4x \times 6x$$

$$D = -2x \times (-8x)$$

3°) Amélie dit que l'expression A peut se réduire en $6x$. Testez si sa réponse est exacte pour $x = 5$ et $x = 7$.

4°) Démontrez qu'Amélie a raison.

5°) Benoît dit que l'expression B se réduit en $3x$. Qu'en pensez-vous ? Expliquez.

6°) Camille pense que l'expression C se réduit en $24x$. Qu'en pensez-vous ? Expliquez.

7°) Réduisez, en expliquant la démarche, l'expression D.

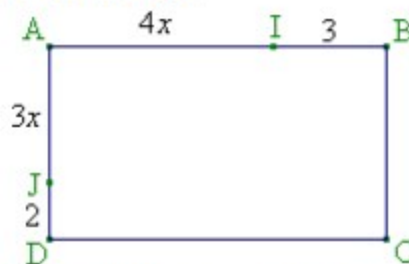
Activité 3 :



1°) Une équipe de rugby composée de 15 joueurs titulaires et de 8 remplaçants a besoin de changer d'équipement. Il faut un maillot et un short à chacun : le maillot coûte 35 € et le short coûte 25 €.

Calculez de deux façons différentes la dépense totale de l'équipe.

2°) Exprimez en fonction de x l'aire de ce rectangle.



En découpant astucieusement ce rectangle, exprimez son aire d'une autre façon.

Activité 4 :

1°) Avec un billet de 20 €, Amélie achète un agenda à 7 € et un livre de poche à 5 €.

Ecrivez de **deux façons** différentes le montant de la monnaie qui lui est rendue.



2°) Avec un billet de 10 €, Camille achète un bidon de lessive à 9 € mais elle utilise un bon de réduction de 3 €.

Ecrivez de **deux façons** différentes le montant de la monnaie qui lui est rendue.

3°) Observez les changements qui sont faits d'une écriture à l'autre dans les deux premières questions.

4°) Voici l'exercice de mathématiques qu'Eric doit faire :

« Ecrire une expression égale à $6x - (2x + 8)$ mais sans parenthèses. Recommencer avec $7x - (-3x + 2)$. »

Eric dit que :

« Soustraire $2x+8$ cela revient à ajouter son opposé. L'opposé de $2x+8$ est $-2x-8$. J'écris donc $6x+(-2x-8)$ mais les parenthèses sont inutiles tout comme le signe + donc on obtient $6x-2x-8$. »

Eric a-t-il raison ? (Servez-vous du début de l'activité si besoin)

5°) En suivant ce principe, que dira Eric et qu'écrira-t-il pour la deuxième question de son exercice ?

Activité 5 :

1°) Dans un club sportif, on a acheté pour les 15 membres de l'équipe une paire de chaussures à 45 € et un maillot à x €.

a) Ecrivez de deux façons différentes la dépense totale.

b) Comment s'appelle la méthode qui permet de passer d'une expression à l'autre ?

c) Laquelle des deux expressions est un produit ? Laquelle des deux expressions est une somme ?

Le changement d'écriture du produit à la somme s'appelle le développement. Le changement d'écriture de la somme au produit s'appelle la **factorisation**.

2°) On a demandé à un élève de factoriser les expressions suivantes. Lesquelles sont bonnes ?

$$12x+30 = 6(2x+5)$$

$$-7x+21 = -7(x-3)$$

$$16a+16 = 16(a+1)$$

$$9x-15 = 3(3x-5)$$

$$20x+36 = -4(-5x-9)$$

$$-2b-8c = -2(b-4c)$$

$$6x^2+8x = 2x(3x+4)$$

$$15x^2-24x = 3x(5x-8)$$

$$30d^2+18d = d(30d+18)$$

Méthode de factorisation

Pour pouvoir factoriser une expression à l'aide de la distributivité, il faut que l'expression contienne des termes ayant tous le même **facteur** en **commun** : $k \times a + k \times b = k \times (a+b)$. Ici, le **facteur commun** des deux termes est k .

Dans l'expression $14x - 6$, le nombre 2 est un facteur commun aux deux termes car $14x - 6 = 2 \times 7x - 2 \times 3$ donc on factorise $14x-6$ en $2 \times (7x-3)$.

Pour $5x^2 - 3x$, le facteur commun est x car $5x^2 - 3x = x \times 5x - x \times 3$ qui se factorise en $x \times (5x-3)$.

3°) Factorisez les expressions suivantes :

$$A = 10 + 5x$$

$$B = 9 + 3x$$

$$C = 7x - 21$$

$$D = 15x + 5y$$

$$E = 7x^2 + 8x$$

$$F = 24x + 32$$

$$G = 36x^2 + 24x$$

$$H = x^2 + 10x$$

$$I = 5x + 5$$

$$J = 14x^2 + 14x$$

$$K = 6x^2 - 2x$$

$$L = 3x^2 - 12x + 15$$

Exercice 1 : Vrai ou Faux

1°) Une lettre comme x peut représenter n'importe quel nombre.

2°) La lettre a représente toujours un nombre positif.

3°) Les lettres b et c représentent des nombres égaux.

4°) Si on ajoute a et b on obtient c .

5°) Si on multiplie a et b on obtient c .

6°) Les trois côtés d'un triangle mesurent x cm, 5 cm et 4 cm alors son périmètre est $x + 9$.

7°) Le double de x est $2x$.

8°) Le triple de a est $3a$.

9°) La moitié de $6x + 10$ est $3x + 5$.

Exercice 2 :

1°) Calculez les expressions $A = 2+3x$, $B = 5x$ et $C = 2x+3x$ pour $x = 4$ puis $x = 6$ et enfin $x = -7$.

2°) Que peut-on en déduire pour les expressions A et B ?

3°) L'égalité $7x - x = 7$ est-elle vraie pour $x = 3$? pour $x = 1$? pour $x = 0$?

Exercice 3 :

1°) Dans un club de rugby, on a acheté une paire de chaussures (45 €) et un maillot (x €) à chacun des 15 joueurs. Quelle est la dépense totale en fonction de x ? Ecrivez la réponse de deux façons différentes.

2°) Ecrivez la longueur AE en fonction de x de deux façons différentes.



Exercice 4 :

Transformez ces expressions en utilisant la distributivité de la multiplication :

$$A = 6 \times (x+4)$$

$$B = (7+x) \times 5$$

$$C = (6-x) \times 9$$

$$D = 2 \times (x-8)$$

$$E = 4 \times a + 4 \times 3$$

$$F = b \times 6 + 5 \times 6$$

$$G = 5 \times 7 - c \times 7$$

$$H = 2d + 18$$

Exercice 5 :

On donne un programme de calcul :

- Choisissez un nombre ;
- Multipliez-le par 2 ;
- Ajoutez 6 à ce produit ;
- Multipliez le résultat par 5 ;
- Enlevez 30 ;
- Ecrivez le résultat.

1°) Écrivez les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2 , on obtient -20 .

2°) Quel est le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5 ?

3°) Faites deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier.

4°) Quelle conjecture peut-on faire sur le résultat obtenu ?

5°) Démontrez ou infirmez votre conjecture.

Exercice 6 :

Réduisez, si possible, les sommes suivantes.

$$A = 6x + 3x$$

$$B = 8 + 2x$$

$$C = 4x + 5x$$

$$D = 5x + 3$$

$$E = 4x^2 + 2x^2$$

$$F = 5x + 4x^2$$

$$G = 9x^2 + 4x^2$$

$$H = 7x^2 + 3x^2$$

$$I = 9x^2 + x^2$$

$$J = 5 - 9x$$

$$K = 5x - 7x$$

$$L = -3x - 6x$$

$$M = -8x + 2x$$

$$N = -8x^2 - 6x^2$$

$$P = 4 + 3x^2$$

$$R = 7x + 3 + 2x - 9$$

$$S = 10 - 2x - 3x - 5x$$

$$T = -5x - 2 + 8x - 3$$

Exercice 7 :

Réduisez, si possible, les produits suivants.

$$A = 7 \times 3x$$

$$B = 5x \times 2x$$

$$C = 6 \times 3x^2$$

$$D = 4x \times 3$$

$$E = 2x^2 \times 4$$

$$F = 6x \times 2x$$

$$G = -3x \times 5x$$

$$H = -7 \times 2x$$

$$I = 3x \times (-4x)$$

$$J = -2x \times (-8x)$$

$$K = 2 \times (-5x^2)$$

$$L = -6x^2 \times 2$$

$$M = -4 \times (-3x^2)$$

$$N = 4x^2 \times (-5)$$

$$P = -2x \times 8x$$

Exercice 8 :

1°) Réduisez, si possible, les sommes suivantes.

$$A = 7x + 4x$$

$$B = 5 + 5x$$

$$C = -2x + 7x$$

$$D = -8x + x$$

$$E = 8x^2 + 9x^2$$

$$F = 11x - 3x^2$$

$$G = 6x^2 - x^2$$

$$H = -12x - 3x$$

$$I = 17x - x$$

2°) Réduisez, si possible, les produits suivants.

$$J = 3x \times (-11)$$

$$K = 7 \times (-x^2)$$

$$L = 2 \times (-6x)$$

$$M = x \times 10x$$

$$N = 4x \times (-4x)$$

$$P = x \times (-x)$$

Exercice 9 :

Développez et réduisez les expressions suivantes.

$$A = 6 \times (5x + 2)$$

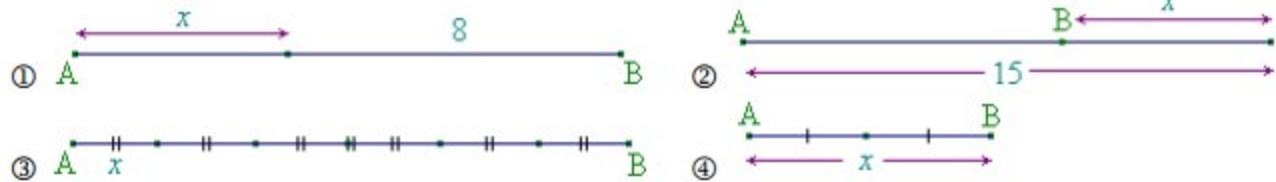
$$B = -7 \times (10 - 3x)$$

$$C = 4x \times (9 + 8x)$$

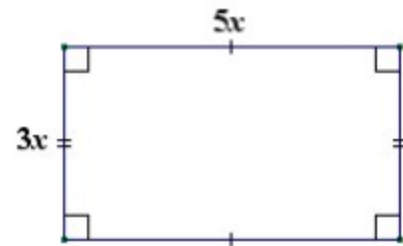
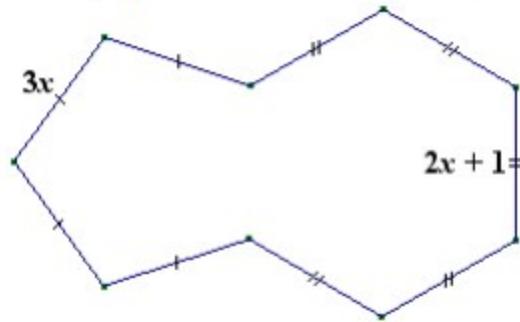
$$D = (-x + 5) \times (-3x)$$

Exercice 10 :

Exprimez la longueur AB en fonction de x dans chaque cas.



Exercice 11 : Exprimez en fonction de x le périmètre de la première figure et l'aire de la seconde.

**Exercice 12 :**

Avec un billet de 50 €, j'ai acheté x albums de BD qui coûte chacun 4,50 €.

- 1°) Exprimez ma dépense en fonction de x .
- 2°) Exprimez le montant de la monnaie rendue en fonction de x .

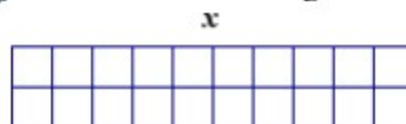
Exercice 13 :

Un éleveur de poules et de moutons possède 100 animaux. Il a x poules.

- 1°) Exprimez en fonction de x le nombre de mouton de cet éleveur.
- 2°) Exprimez en fonction de x le nombre de pattes d'animaux que l'on peut compter dans la ferme de cet éleveur.

Exercice 14 :

Voici un rectangle de x cases de long et de deux cases de large.



- 1°) Exprimez en fonction de x le nombre de petits carrés de ce dessin.
- 2°) Exprimez en fonction de x le nombre de carrés de quatre cases de ce dessin.
- 3°) Combien peut-on voir de carrés en tout dans ce dessin ?

Exercice 15 :

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 3.
- Ajouter 10.
- Ajouter le double du nombre choisi.

Voici un programme de calcul.

- 1°) On appelle n le nombre de départ. Exprimez, en fonction de n , le nombre R obtenu avec ce programme.
- 2°) Réduisez cette expression.
- 3°) Factorisez cette expression.

4°) Calculez R pour $n = 3$ puis $n = -2$.

Exercice 16 :

Dans un club de sport, l'abonnement est de 20 € et chaque séance d'aquagym coûte 5 €.

La dépense totale dépend du nombre x de séances effectuées.

- 1°) Exprimez la dépense D en fonction de x .
- 2°) Calculez D pour $x = 8$ puis pour $x = 12$.

Exercice 17 :

Calculez astucieusement :

$A = 5 \times 12 + 5 \times 8$

$B = 18 \times 107 - 7 \times 18$

$C = 57 \times 73 + 57 \times 27$

$D = 25,4 \times 3,8 - 15,4 \times 3,8$

$E = 3,6 \times 41 - 3,6 \times 40$

$F = 2,9 \times 18 + 2 \times 2,9$

Exercice 18 :

Amélie achète sur Internet des sachets de fermoirs pour les bracelets qu'elle crée.

1°) On note n le nombre de sachets achetés. Exprimez en fonction de n le prix P à payer.2°) Calculez P pour toutes les valeurs entières de n de 1 à 10. Présentez vos résultats dans un tableau.**Exercice 19 :**Elise a utilisé le tableau pour calculer des expressions A et B pour différentes valeurs de a .

	A	B	C	D	E	F	G
1	a	-2	-1	0	1	2	3
2	$A = 5a + 7$	-3	2	7	12	17	22
3	$B = 2a^2 - 4$	4	-2	-4	-2	4	14

Avant de la recopier vers la droite, quelle formule Elise a-t-elle saisie dans la cellule B2 ? et dans B3 ?

Exercice 20 : Ce carré est-il magique pour l'addition ? Justifiez.

$2x-3$	$3x-4$	$-2x+1$
$-3x+2$	$x-2$	$5x-6$
$4x-5$	$-x$	-1

Exercice 21 :

$A = 3(2 \times 5x)$

Célia : « Je développe A et j'obtiens $A = 6 + 15x$. » Max : « Non ! On réduit A et on obtient $A = 30x$. »

Qui, de Célia ou Max, a raison ? Justifiez.

Exercice 22 :

Chez Elise, la salle à manger rectangulaire a pour dimensions 5 m sur 4 m.

Elle souhaite acheter une table rectangulaire dont la longueur est le double de la largeur.

On note ℓ la largeur en mètre de cette table.

1°) Exprimez l'aire A restante dans la salle à manger une fois que la table aura été placée.

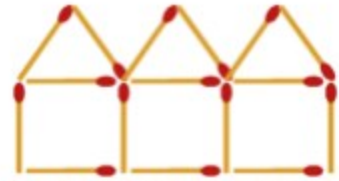
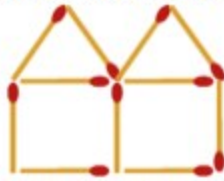
2°) Calculer l'aire A quand $\ell = 1,5$ puis quand $\ell = 1,2$.**Exercice 23 :**

Recopiez et complétez ce tableau de multiplication.

\times	5	x		-2
3			$9y^2$	
x				
$4y$				

Exercice 24 :

Pour construire une maison en allumettes, j'ai besoin de 6 allumettes.
Combien en faut-il pour faire deux maisons côte à côte ?



Combien faut-il d'allumettes pour faire quatre maisons côte à côte ? Vérifiez à l'aide d'un dessin.
Trouvez une formule qui donne le nombre d'allumettes nécessaires en fonction du nombre x de maisons ?

Exercice 25 :

Développez et réduisez chaque expression.

$$A = 3(x+7)$$

$$C = 5 \times (a \times b)$$

$$E = 4(2+3x)$$

$$B = 7+(2x+3)$$

$$D = (x-4) \times 2$$

$$F = 6(2x-1)$$

Exercice 26 :

Développez et réduisez chaque expression.

$$G = 8(5x-3)$$

$$J = -2 \times (3x-4)$$

$$H = 7(2x+5)$$

$$K = (-3x+7) \times (-5)$$

$$I = (9-6x) \times (-3)$$

$$L = (2 \times x) \times 5x$$

Exercice 27 :

Voici deux programmes de calcul.

Programme P₁

- Choisir un nombre.
- Ajouter 5.
- Multiplier par 2.

Programme P₂

- Choisir un nombre.
- Prendre son double.
- Ajouter 10.

1°) Qu'obtient-on avec ces deux programmes en choisissant au départ 6 ? et 9,5 ?

2°) On appelle x le nombre choisi pour les deux programmes. Exprimez en fonction de x le résultat N du programme 1 et le résultat R du programme 2.

3°) Amélie affirme : « Si je développe N , j'obtiens R . » A-t-elle raison ? Expliquez.

Exercice 28 :

1°) Factorisez les expressions suivantes.

$$A = 48+8x$$

$$B = 63x-35$$

$$C = 15x+20$$

$$D = -2-4x$$

$$E = 6x^2-5x$$

$$F = 49x^2+14x$$

$$G = 9x^2-6x$$

$$H = 8x^2+6x+2$$

2°) Factorisez les expressions suivantes.

$$A = 7x-14$$

$$B = 12x+6$$

$$C = x^2+3x$$

$$D = 4x^2-12$$

$$E = 2x^2-3x$$

$$F = -4x^2+20x$$

$$G = -5x^2+x$$

$$H = -10-16x$$

**Exercice 29 :**

Le Grand Eléphant de Nantes peut accueillir 50 personnes sur son dos.

On note x le nombre de places vendues aux adultes.

On suppose que toutes les places disponibles sont occupées.

1°) Recopiez et complétez le calcul de la recette R en fonction de x :

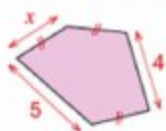
$$R = \dots \times (\dots - \dots) + \dots \times \dots$$

2°) Développez et réduisez R .

3°) Faites un tableau pour calculer R pour toutes les valeurs entières paires de x de 2 à 20.

4°) Représentez dans un graphique la recette R en fonction du nombre d'adultes x . (1 cm pour 2 en abscisse et 1 cm pour 50 en ordonnée)



Exercice 30 :

1°) Exprimez le périmètre P de ce polygone en fonction de x d'abord sous la forme d'une somme puis sous la forme d'un produit.

2°) Calculez P pour toutes les valeurs entières de x de 1 à 8. Présentez vos résultats dans un tableau.

3°) Représentez dans un graphique le périmètre P en fonction de la longueur x . (1 cm pour 1 cm en abscisse et 1 cm pour 2 cm en ordonnée)

Exercice 31 :

Développez et réduisez.

$$A = (x+2)(x-5)$$

$$B = (4x+3)(5x+1)$$

$$C = (x+1)(x-1)$$

$$D = (2x+9)(x-4)$$

Exercice 32 :

Développez et réduisez.

$$E = (x+5)(x+3)$$

$$F = (3x+2)(x+4)$$

$$G = (x+3)(x-2)$$

$$H = (x-4)(x-1)$$

Exercice 33 :

Développez et réduisez.

$$I = (2x+4)(x+5)$$

$$J = (x-3)(-2x+8)$$

$$K = (2x-1)(3x+5)$$

$$L = (6-4x)(7-x)$$

Exercice 34 :

Développez et réduisez.

$$R = (6x+1)(6x+1)$$

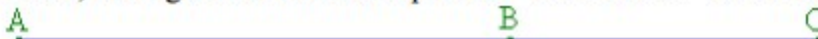
$$S = (-x+7)(x+7)$$

$$T = (2x+2,5)(x+8)$$

$$U = 5x(10-2x)$$

Exercice 35 :

Exprimez, en fonction de x , la longueur AB sachant que $AC = 5x+6$ et $BC = 2x+4$. Réduisez.

**Exercice 36 :**

Recopiez et complétez avec l'expression qui convient.

$$-3x + \dots = 10x$$

$$5x \times \dots = -15x$$

$$-7x \times \dots = -21x^2$$

$$6 \times \dots = -30x^2$$

$$\dots - 8x = 12x$$

Exercice 37 :

Simplifiez les expressions suivantes.

$$A = (8x+5) - (6x+2)$$

$$B = (7x-3) - (3x-2)$$

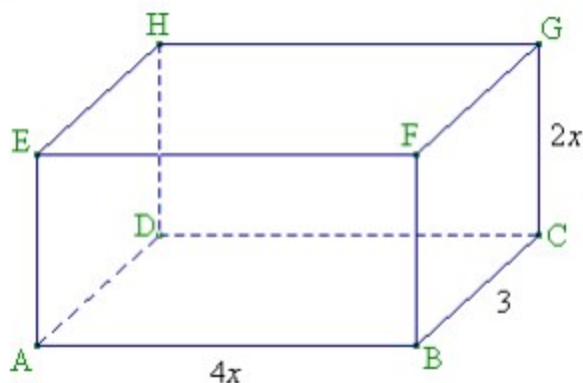
$$C = (9x+6) + (-4x+7)$$

$$D = -4x - (3x^2-2x+8)$$

$$E = 8x - (3x+5) \times 2$$

Exercice 38 :

ABCDEFGH est un pavé droit.



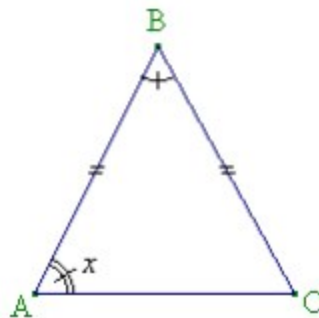
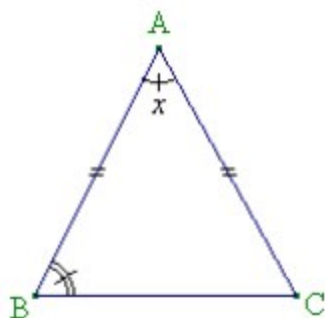
1°) Exprimez en fonction de x l'aire de ABCD.

2°) Exprimez en fonction de x l'aire totale du solide.

3°) Exprimez en fonction de x la longueur totale des arêtes du solide.

Exercice 39 :

Exprimez, en fonction de x , l'angle \widehat{ABC} dans chacun des deux cas suivants :

**Exercice 40 :**

Simplifiez les expressions suivantes.

$$G = (4x+9) - (2x-1)$$

$$H = (-8x-2) - (3x-8)$$

$$I = (2x-8) + (9x+5)$$

$$J = 7x^2 - 4 - (2x^2 - 4x + 6)$$

$$K = 6x^2 - (3x+8) \times 5$$

Exercice 41 :

La consommation de deux voitures A et B sont données par les formules :

$$C_A = \frac{v^2}{2000} + 4,6 \text{ et } C_B = \frac{v^2}{3200} + 6.$$

Dans ces formules la vitesse v est exprimée en km/h et la consommation C en litres pour 100 km.

1°) Faites un tableau pour calculer la consommation C_A pour toutes les vitesses multiples de 20 jusqu'à 120 km/h. Faites de même pour la consommation C_B .

2°) Représentez dans un même repère les deux consommations C_A et C_B en fonction de la vitesse v .

3°) Observez les courbes obtenues. Laquelle des deux voitures consomme le moins ?

Exercice 42 :

Voici un programme de calcul.

1°) On appelle x le nombre de départ.

Exprimez, en fonction de x , le nombre N obtenu avec ce programme.

2°) Développez et réduisez cette expression.

3°) Factorisez cette expression.

4°) Parmi les écritures de N obtenues aux questions 2° et 3°, utilisez la plus judicieuse pour calculer N lorsqu'on choisit au départ 0.

5°) Même question avec 5 comme nombre de départ.

- Choisir un nombre.
- Prendre son double.
- Soustraire 3.
- Multiplier par 5.
- Soustraire le produit du nombre choisi par 7.

Exercice 43 :

Amélie voudrait savoir comment évolue la quantité $10x \times (6-x)$ en fonction de x . Elle se pose les questions suivantes : Est-ce qu'elle augmente quand x augmente ? Y a-t-il une valeur minimale de cette quantité ?

Le travail suivant va vous permettre d'y répondre.

1°) Recopiez et complétez le tableau de valeurs suivant :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$10x \times (6-x)$														

2°) Représentez dans un graphique le résultat en fonction du nombre x choisi. (1 cm pour 1 en abscisse et 1 cm pour 50 en ordonnée)

3°) Répondez aux deux questions que se pose Amélie.

4°) Elise a choisi une valeur pour x , elle a calculé la formule d'Amélie et elle a trouvée 200. Qu'en pensez-vous ?