# OPERATIONS SUR LES FRACTIONS

### Test:

1°) Quels sont les nombres en écriture fractionnaire égaux à 1,33 ?

$$\frac{1}{33}$$
  $\frac{4}{3}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{133}{100}$ 

2°) Quel est le nombre qui multiplié par 7 donne 4?

$$0,57$$
  $\frac{4}{7}$   $\frac{7}{4}$   $0,47$ 

3°) Expliquez pourquoi  $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ .

4°) Recopiez et complétez les égalités suivantes :

$$\frac{5}{6} = \frac{15}{\dots}$$
  $\frac{22}{33} = \frac{\dots}{3}$   $\frac{7}{8} = \frac{63}{\dots}$   $\frac{15}{18} = \frac{\dots}{30}$ 

5°) Simplifiez les fractions suivantes :

$$\frac{72}{56}$$
  $\frac{30}{400}$   $\frac{24}{16}$   $\frac{49}{42}$ 

6°) Trouvez le résultat de  $\frac{7}{5} + \frac{14}{15}$ .

$$\frac{21}{20}$$
  $\frac{21}{15}$   $\frac{7}{3}$   $\frac{35}{15}$ 

7°) Trouvez le résultat de  $\frac{15}{9} - \frac{2}{3}$ .

$$\frac{13}{6}$$
 9  $\frac{9}{9}$  1

### Activité 1:

1°) Recopiez et complétez chaque égalité :

$$\frac{5}{7} = \frac{45}{\dots}$$
  $\frac{5}{-7} = \frac{45}{\dots}$   $-\frac{5}{7} = \frac{-45}{\dots}$ 

2°) Simplifiez :

$$\frac{-44}{-36}$$
  $\frac{42}{-35}$   $\frac{-56}{72}$ 

3°) a) Que dire des fractions  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{10}{15}$  ? Calculez 2×15 et 3×10.

b) Que dire des fractions  $\frac{-3}{5}$  et  $\frac{-6}{10}$  ? Calculez  $-3 \times 10$  et  $5 \times (-6)$ .

c) Que dire des fractions  $\frac{9}{12}$  et  $\frac{6}{8}$  ? Calculez 9×8 et 12×6.

4°) Quelle conjecture peut-on faire grâce à la question 3°?

5°) Démontrez votre conjecture. (astuce : multipliez les deux membres de l'égalité  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  par b.)

## Activité 2 :

1°) Tracez un carré, son côté représente une unité. Partagez-le en 5 colonnes égales et en 3 lignes égales.

2°) Coloriez le rectangle visible dans ce carré dont l'aire se calcule en faisant  $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ .

3°) En combien de cases identiques avez-vous découpé votre carré ? Quelle est donc l'aire d'une case ?

4°) D'après le travail précédent, quel est le résultat du calcul  $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ ?

5°) Démontrez la réponse sans utiliser le schéma. (astuce : multipliez l'expression  $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$  par 5 et par 3)

## Activité 3:

On a demandé à deux élèves de calculer le produit  $A = \frac{22}{35} \times \frac{-14}{6}$ , voici leur travail :

Amélie
$$A = \frac{22}{35} \times \frac{-14}{6}$$

$$A = \frac{-308}{210}$$

$$A = \frac{-154}{105}$$

$$A = \frac{-22}{105}$$

Elise
$$A = \frac{22}{35} \times \frac{-14}{6}$$

$$A = \frac{11 \times 2 \times (-2) \times 7}{7 \times 5 \times 3 \times 2}$$

$$A = \frac{11 \times (-2)}{5 \times 3}$$

$$A = \frac{-22}{15}$$

- 1°) Expliquez les méthodes utilisées par chaque élève.
- 2°) Quelle méthode semble la plus efficace pour calculer ce produit ? Justifiez.

3°) Calculez : B = 
$$\frac{33}{27} \times \frac{18}{77}$$

$$C = \frac{56}{-25} \times \frac{45}{64}$$

$$C = \frac{56}{-25} \times \frac{45}{64} \qquad D = \frac{-27}{45} \times \frac{-49}{63}$$

Activité 4 :
1°) Recopiez et complétez pour que les calculs soient justes :

$$\frac{3}{7} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{21}{21} = 1$$

$$\frac{2}{9} \times \frac{1}{18} = 1$$

$$\frac{8}{5} \times \cdots = 1$$

$$\frac{-3}{8} \times \cdots = 1$$

$$5 \times \frac{5}{5} = 1$$

$$\frac{1}{7} \times \dots = \frac{7}{7} = 1$$

Quand le produit de deux nombres est 1, on dit que ces nombres sont inverses l'un de l'autre.

- 2°) Quel est l'inverse de  $\frac{11}{3}$ ? de  $\frac{-4}{5}$ ? de  $\frac{1}{6}$ ? de 4?
- 3°) Quel est l'inverse de l'inverse de 8 ?
- 4°) Quel est le seul nombre qui n'a pas d'inverse?
- 5°) Quel est l'inverse du nombre non nul x ?

6°) a) Quel est le résultat de 
$$a \div b \times b$$
?

Quel est le résultat de  $a \times \frac{1}{b} \times b$ ?

- b) Que peut-on en déduire pour  $a \div b$  et  $a \times \frac{1}{b}$ ?
- c) Recopiez et complétez la règle : « Diviser par un nombre c'est ......

# Exercice 1:

Calculez et simplifiez si possible.

$$A = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{3}{5} + \frac{9}{5}$$

$$A = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$
  $B = \frac{3}{5} + \frac{9}{5}$   $C = \frac{6}{7} + \frac{5}{14}$   $D = \frac{-1}{6} + \frac{7}{3}$   $E = -\frac{5}{3} + \frac{7}{9}$   $F = \frac{5}{33} + \frac{-2}{11}$ 

$$D = \frac{-1}{6} + \frac{7}{3}$$

$$E = -\frac{5}{3} + \frac{7}{9}$$

$$F = \frac{5}{33} + \frac{-2}{11}$$

# Exercice 2:

Calculez et simplifiez si possible.

$$A = -\frac{2}{6} + \frac{5}{8}$$

$$B = \frac{-7}{4} + \frac{11}{6}$$

$$C = -\frac{13}{12} - \frac{1}{18}$$

$$D = \frac{5}{22} + \frac{-1}{33}$$

$$A = -\frac{2}{6} + \frac{5}{8}$$
  $B = \frac{-7}{4} + \frac{11}{6}$   $C = -\frac{13}{12} - \frac{1}{18}$   $D = \frac{5}{22} + \frac{-1}{33}$   $E = \frac{1,3}{1,4} + \frac{-2}{21}$   $F = \frac{-5}{9} - \frac{11}{12}$ 

$$F = \frac{-5}{9} - \frac{11}{12}$$

# Exercice 3:

Calculez et simplifiez si possible.

$$A = 5 + \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{-6}{5} - 1$$

$$C = -\frac{3}{4} + 5$$

A = 
$$5 + \frac{2}{3}$$
 B =  $\frac{-6}{5} - 1$  C =  $-\frac{3}{4} + 5$  D =  $-1 - \frac{7}{8}$  E =  $\frac{-2}{9} + 1$  F =  $\frac{-2}{11} - 3$ 

$$E = \frac{-2}{9} + 1$$

$$F = \frac{-2}{11} - 3$$

Calculez et simplifiez si possible.

$$A = \frac{36}{7} \times \frac{5}{24}$$

$$B = \frac{1}{15} \times \frac{25}{4}$$

$$A = \frac{36}{7} \times \frac{5}{24} \qquad B = \frac{1}{15} \times \frac{25}{4} \qquad C = \frac{-18}{11} \times \frac{-4}{27} \qquad D = \frac{7}{22} \times \frac{-33}{-14} \qquad E = -75 \times \frac{-4}{25} \qquad F = \frac{49}{36} \times \frac{-6,3}{5,6}$$

$$D = \frac{7}{22} \times \frac{-33}{-14}$$

$$E = -75 \times \frac{-4}{25}$$

$$F = \frac{49}{36} \times \frac{-6,3}{5,6}$$

## Exercice 5:

Calculez et simplifiez si possible.

$$A = \frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$$

$$B = \frac{1}{4} \div \frac{7}{9}$$

$$C = \frac{3}{5} \div \frac{5}{-6}$$

$$A = \frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$$
  $B = \frac{1}{4} \div \frac{7}{9}$   $C = \frac{3}{5} \div \frac{5}{-6}$   $D = \frac{-9}{5} \div \frac{-4}{3}$   $E = -\frac{1}{5} \div \frac{2}{7}$   $F = -\frac{5}{2} \div \frac{11}{-4}$ 

$$E = -\frac{1}{5} \div \frac{2}{7}$$

$$F = -\frac{5}{2} \div \frac{11}{-4}$$

Exercice 6 : Quelle affirmation est vraie ?

$$85 \times 60 = 51 \times 36 \text{ donc } \frac{85}{60} = \frac{51}{36}$$
  $85 \times 36 = 60 \times 51 \text{ donc } \frac{85}{36} = \frac{60}{51}$   $85 \times 36 = 60 \times 51 \text{ donc } \frac{85}{60} = \frac{51}{36}$ 

$$85 \times 36 = 60 \times 51 \text{ donc } \frac{85}{36} = \frac{60}{51}$$

$$85 \times 36 = 60 \times 51 \text{ donc } \frac{85}{60} = \frac{51}{36}$$

## Exercice 7:

Quelle affirmation est vraie?

Si 
$$3 \times a = 8 \times b$$
 alors  $\frac{a}{b} = \frac{3}{8}$ 

Si 
$$8 \times a = 3 \times b$$
 alors  $\frac{a}{b} = \frac{3}{8}$ 

Si 
$$3 \times a = 8 \times b$$
 alors  $\frac{a}{b} = \frac{3}{8}$  Si  $8 \times a = 3 \times b$  alors  $\frac{a}{b} = \frac{3}{8}$  Si  $a \times b = 8 \times 8$  alors  $\frac{a}{8} = \frac{b}{8}$ 

Sachant que 48×65 = 52×60, retrouvez l'égalité qui est vraie :

$$\frac{48}{65} = \frac{60}{52}$$

$$\frac{48}{65} = \frac{52}{60}$$

$$\frac{48}{52} = \frac{60}{65}$$

En utilisant la touche « × » de la calculatrice, prouvez que, dans chaque cas, les fractions sont égales.

1°) 
$$\frac{240}{288}$$
 et  $\frac{65}{78}$ 

$$2^{\circ}$$
)  $-\frac{845}{546}$  et  $\frac{520}{-336}$ 

Exercice 10 : Effectuez les calculs suivants.

$$A = \frac{1}{7} \times \frac{-9}{2}$$

$$B = \frac{6}{-5} \times \frac{8}{-7}$$

$$B = \frac{6}{-5} \times \frac{8}{-7} \qquad C = -\frac{2}{1,3} \times (-\frac{1}{5}) \qquad D = \frac{14}{9} \times \frac{18}{49}$$

$$D = \frac{14}{9} \times \frac{18}{49}$$

Exercice 11 : Effectuez les calculs suivants.

$$A = \frac{9}{24} \div \frac{3}{-16}$$

$$B = -\frac{12}{7} \div (-\frac{16}{14})$$
  $C = \frac{-81}{56} \div \frac{72}{-64}$   $D = \frac{25}{7} \div \frac{-45}{2}$ 

$$C = \frac{-81}{56} \div \frac{72}{-64}$$

$$D = \frac{25}{7} \div \frac{-45}{2}$$

Effectuez les calculs A et B (détaillez les étapes)

$$A = \frac{4}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{9}{3}$$

$$B = 8 - 3 \div \frac{11}{5}$$

Exercice 13 : Effectuez les calculs A et B (détaillez les étapes)

$$A = (\frac{14}{6} - \frac{3}{9}) \times \frac{-3}{4}$$

$$A = (\frac{14}{6} - \frac{3}{9}) \times \frac{-3}{4}$$
  $B = -\frac{11}{15} - \frac{3}{25} \div \frac{9}{25}$ 

# Exercice 14:

Effectuez les calculs suivants en détaillant les étapes.

$$A = (\frac{2}{5})^2 - 2$$

$$B = 5 \div (\frac{42}{15} - 3)$$

$$C = 2 \times (2 - (2 - \frac{1}{4}))$$

Exercice 15 :
Effectuez les calculs suivants en détaillant les étapes.

$$A = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{-3}{4} \times (\frac{1}{5} - \frac{3}{10})$$

$$C = \frac{2}{3} - \frac{1}{5} \div \frac{5}{8}$$

## Exercice 16:

Soit trois entiers relatifs x, y et z non nuls tels que  $\frac{x}{y} = \frac{3}{16}$  et  $\frac{y}{z} = \frac{4}{9}$ . Calculez  $\frac{x}{z}$ .

### Exercice 17:

Calculez: 
$$(1-13)\times(1-\frac{13}{2})\times(1-\frac{13}{3})\times(1-\frac{13}{4})\times...\times(1-\frac{13}{100})$$
.

Exercice 18 : Effectuez les calculs en indiquant les étapes et simplifiez le plus possible la réponse.

$$A = \frac{3}{2} + \frac{2}{11}$$

$$B = 6 - \frac{4}{5}$$

$$C = \frac{-2}{3} + \frac{-5}{6}$$

$$D = \frac{30}{21} \times \frac{7}{15}$$

$$A = \frac{3}{2} + \frac{2}{11}$$
  $B = 6 - \frac{4}{5}$   $C = \frac{-2}{3} + \frac{-5}{6}$   $D = \frac{30}{21} \times \frac{7}{15}$   $E = \frac{-11}{2} \times \frac{-2}{7} \times \frac{3}{2}$ 

Exercice 19: Effectuez les calculs en indiquant les étapes et simplifiez le plus possible la réponse.  $F = \frac{2}{6} \times \frac{24}{5} \qquad G = \frac{4}{3} \div \frac{3}{5} \qquad H = \frac{7}{10} \div \frac{16}{15} \qquad I = \frac{-13}{10} \div (-10) \qquad J = \frac{3}{10} - \frac{2}{10} \times \frac{1}{4}$ 

$$F = \frac{2}{6} \times \frac{24}{5}$$

$$G = \frac{4}{3} \div \frac{3}{5}$$

$$H = \frac{7}{10} \div \frac{16}{15}$$

$$I = \frac{-13}{10} \div (-10)$$

$$J = \frac{3}{10} - \frac{2}{10} \times \frac{1}{4}$$

Exercice 20 : Effectuez les calculs en indiquant les étapes et simplifiez le plus possible la réponse.

$$K = \left(4 - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$L = 8 + 2 \div \left(-\frac{12}{5}\right)$$

$$K = \left(4 - \frac{2}{3}\right)^{2} \qquad L = 8 + 2 \div \left(-\frac{12}{5}\right) \qquad M = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15}} \qquad N = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$$

$$N = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$$

# Exercice 21:

Lequel de ces nombres est le plus grand ? Expliquez.  $\frac{4}{5}$   $\frac{13}{16}$   $\frac{5}{6}$   $\frac{7}{9}$   $\frac{43}{55}$ 

### Exercice 22:

Le but de l'exercice est de trouver l'écriture fractionnaire du nombre 0,783783783... où les chiffres 7, 8 et 3 se répètent indéfiniment.

- 1°) Quand on multiplie ce nombre par 1000, de combien augmente-t-il?
- 2°) Ecrivez une équation que vérifie ce nombre.
- 3°) Répondez au problème posé.

# Exercice 23:

Effectuez les calculs suivants.

$$A = \frac{5}{4} \times \frac{7}{3}$$

$$B = \frac{4}{9} \times \frac{5}{9}$$

$$C = 7 \times \frac{-2}{3} \qquad D = \frac{5}{6} \times 2$$

$$D = \frac{5}{6} \times 2$$

### Problème 1:



Antoine collectionne les petites voitures de couleur rouge, bleue et verte.

Les  $\frac{2}{9}$  de ses voitures sont vertes et les  $\frac{5}{7}$  sont rouges.

- 1°) Quelle est la proportion de voitures bleues dans sa collection ?
- 2°) Sachant qu'il possède 126 petites voitures, combien en a-t-il de chaque couleur ?

# Problème 2:

Quatre enfants découpent un pain d'épices préparé pour le goûter. Alice en prend un tiers. Benoît prend les trois cinquièmes de ce qu'à laissé Alice. Enfin, Cécile et Clément qui sont jumeaux se partagent, de manière égale, le reste.



Exprimez, à l'aide d'une fraction, la part reçue par chacun des jumeaux.



#### Problème 3:

Lors d'un triathlon d'une distance de 50 km, un vingt-cinquième du parcours est effectué à la nage et 26 % est effectué à pied.

- 1°) Quelle est la distance faite à vélo ?
- 2°) Quelle fraction de la distance totale cela représente-t-il ?

#### Problème 4:

L'aire d'un rectangle est 78 cm<sup>2</sup>. Sa largeur mesure  $\frac{26}{17}$  cm. Calculez sa longueur.



#### Problème 5:

Antoine est un grand sportif. Le mercredi, il nage trois quarts d'heure, fait une heure et demie d'escalade et joue cinquante minutes au badminton. Combien d'heures consacre-t-il au sport ce jour là?

### Problème 6 :



Un pot de sauce bolognaise contient  $\frac{4}{5}$  de purée de tomates, de la viande hachée et  $\frac{1}{12}$ 

d'ingrédients divers.

- 1°) Quelle fraction du pot représente la viande hachée ?
- 2°) Quelle masse de viande contient un pot de 360 g?

#### Problème 7:

1°) Olivier ne possède que les deux cinquièmes du prix d'un jeu vidéo qui convoite. Ses parents en paient 35 % et sa sœur les trois vingtièmes. Cela suffit-il?

2°) Pour sa fête, son oncle lui donne un billet de 10 €.

Sachant que son jeu coûte 60 €, Olivier pourra-t-il se l'offrir ?



#### Problème 8:

Combien de bouteille de  $\frac{2}{3}$  L peut-on remplir avec un tonneau de 1,8 hL?

#### Problème 9:

Thomas achète un VTT. Il paie les  $\frac{4}{7}$  au comptant et le reste en cinq mensualités égales.

- 1°) Quelle fraction du prix total représente chaque mensualité ?
- 2°) Quel est le montant d'une mensualité, si le VTT coûte 140 €?





#### Problème 10 :

Un tramway parcourt à vitesse constante les cinq sixièmes de son trajet en 45 minutes. Quel temps met-il pour parcourir la moitié de son trajet ? le tiers de son trajet ?

#### Problème 11 :

Maëlle rembourse les  $\frac{2}{3}$  de ce qu'elle doit, puis les  $\frac{3}{5}$  du reste. Elle doit encore 240 €.

Combien devait-elle au départ ?

# Problème 12:

Quel est le périmètre d'un triangle dont les côtés mesurent  $\frac{3}{4}$  cm,  $\frac{4}{5}$  cm et  $\frac{4}{3}$  cm?



#### Problème 13 :

Une fontaine, de débit régulier, remplit six septièmes d'un bassin en 8 heures. Quelle fraction du bassin a-t-elle rempli au cours de chaque heure ?

#### Problème 14:

Pour l'achat d'une voiture, M.Duval verse un cinquième du prix à la commande, un tiers du prix à la livraison. Il doit payer le reste en 14 mensualités.

1°) Quelle fraction du prix total doit-il payer après la livraison?

2°) Quelle fraction du prix total représente une mensualité ?

### Problème 15:

Alexandra a dépensé le quart des deux tiers de ses économies pour l'anniversaire de son frère. Quelle fraction de ses économies a-t-elle dépensée ?

### Problème 16:

Sept amis se partagent équitablement les trois cinquièmes d'une récolte de pommes. Quelle fraction de la récolte recevra chaque personne ?



### Problème 17:

Eric : « J'ai mangé les  $\frac{2}{3}$  des  $\frac{3}{4}$  d'un quatre-quarts ». Quelle fraction du gâteau a-t-il mangé ?

### Problème 18:



L'aire d'un champ rectangulaire est égale à  $\frac{1}{2}$  hm<sup>2</sup>. Sa largeur est égale à  $\frac{2}{3}$  hm.

Quelle est sa longueur?

### Problème 19:

En salle de sciences physiques, on dispose de deux éprouvettes identiques.

La première est remplie aux  $\frac{11}{18}$  d'eau et la seconde est remplie aux  $\frac{5}{12}$  d'eau.

Peut-on verser le contenu de la 1ère dans la 2ème sans que l'eau ne déborde ? Justifiez.



# Problème 20 :

Le lait donne  $\frac{4}{25}$  de sa masse en crème et la crème donne  $\frac{1}{4}$  de sa masse en beurre.

1°) Quelle fraction de la masse de lait utilisée représente la masse de beurre obtenue ?
2°) Quelle masse de beurre obtient-on avec 10 kg de lait ?

#### Problème 21 :

Cindy fait des achats. Elle dépense le tiers de son argent de poche dans un magasin de sport et le quart dans une librairie. Il lui reste alors 24,20 €.

Quelle somme avait-elle avant de faire ses achats ?

#### Problème 22 :

L'écriture du calcul M de l'exercice 20 s'appelle une fraction continue régulière.

On veut écrire la fraction  $\frac{35}{12}$  sous forme d'une fraction continue régulière.

Pour cela on décompose ce nombre comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 :

$$\frac{35}{12} = \frac{24}{12} + \frac{11}{12} = 2 + \frac{11}{12}$$

Puis on inverse celle-ci : l'inverse de  $\frac{11}{12}$  est  $\frac{12}{11}$ .

On recommence avec la fraction trouvée :  $\frac{12}{11} = 1 + \frac{1}{11}$  et l'inverse de  $\frac{1}{11}$  est 11.

Quand on arrive à un nombre entier, le processus s'arrête et donc :  $\frac{35}{12} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{11}}$ .

Comment s'écrivent  $\frac{31}{8}$ ,  $\frac{43}{15}$ ,  $\frac{25}{9}$  et  $\frac{73}{11}$  sous forme de fraction continue régulière?